

SCORCIATOIE DI CALCOLO

Lui. Posso chiederti un favore? In questo barattolo ci sono tutte le monetine da dieci centesimi che ho messo da parte svuotando le mie tasche. Dovrebbero essercene esattamente cento. Potresti contarle e verificare, così poi passo dalla banca e le cambio con una bella banconota da dieci euro?

Lei. Con piacere! (*Prende il barattolo, ne versa il contenuto sul tavolo, comincia a contare le monete.*) Uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove, dieci, ... okay, cento!

Lui. Come sarebbe? Hai contato solo fino a dieci.

Lei. Certo. Ma se è giusto fin lì, mi sembra ragionevole concludere che sia giusto fino alla fine.

Lui. Ma come ragioni, scusa? La mia era solo un'ipotesi. Devi contare fino alla fine per verificare che le monete siano *davvero* cento.

Lei. Se tu mi avessi detto che tutte le monete erano, che so, datate 2014, e io ne avessi verificato un certo numero scelto a caso trovando che ciascuna di loro era effettivamente datata 2014, riconoscerai che avrei avuto buoni motivi per concludere che tutte le monete avevano quella data. Una normalissima generalizzazione induttiva a partire da un campione sufficientemente ampio.

Lui. Che c'entra? In quel caso si sarebbe trattato di una *proprietà* condivisa dalle monete. Tu ne osservi un certo numero a caso, verifichi che ciascuna ha quella proprietà, e concludi che ce l'hanno anche tutte le altre. Ma io ti ho chiesto di *contare* le monete. Contare non significa

verificare il possesso di una proprietà. Non è un procedimento induttivo.

Lei. Lo dici tu. L'induzione matematica è un principio molto accreditato.

Lui. L'induzione matematica funziona in modo completamente diverso. Se vuoi dimostrare che, per esempio, ogni numero naturale gode di una certa proprietà, ti basta dimostrare due cose: (i) che il numero più piccolo, zero, gode di quella proprietà; e (ii) che se un numero qualsiasi, diciamo n , gode di quella proprietà, allora ne gode anche il suo successore, $n+1$. Stabiliti (i) e (ii), l'induzione matematica ti consente di concludere che *ogni* numero gode della proprietà in questione. Si chiama «induzione» perché il numero n della seconda clausola è scelto arbitrariamente. Ma non c'entra nulla con i procedimenti induttivi di cui parli tu. E comunque si tratta ancora di un procedimento per verificare il possesso di una proprietà da parte di un numero (infinito) di oggetti, non un procedimento per contare un numero (finito) di oggetti.

Lei. Quindi secondo te per contare quante monete ci sono in questo barattolo dovrei passarle in rassegna tutte, una per una?

Lui. È ovvio che sì! Non ci sono scorciatoie, quando si tratta di contare.

Lei. E qui ti sbagli. Riconosco che il mio procedimento induttivo non era molto affidabile, ma ovviamente stavo scherzando. Sull'assenza di scorciatoie, però, non sono d'accordo. Ce ne sono, eccome.

Lui. Ah sì? E quali?

Lei. Per esempio, adesso che ho contato dieci monete, mi basta contarne altre nove. Dopo di che sarà sufficiente disporre tutte le altre monete all'interno del quadrato dieci-per-dieci che ottengo disponendo ad angolo retto le prime due file di monete e verificare se riesco a

riempirlo perfettamente. Se non ci riesco, le monete sono complessivamente meno di cento (e posso contare facilmente quante ne mancano); se me ne avanza qualcuna, le monete sono più di cento (e posso contare facilmente quante ne crescono). Contare è noioso. Ma ci sono modi più brevi ed efficaci, e a volte anche divertenti, per contare un tutto senza contare le singole parti!