

矩形柱群非均匀湍尾流中的层次相似律¹⁾

邹正平* 任奎** 苏卫东* 顾志福* 余振苏*†

*(北京大学力学与工程科学系, 湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京 100871)

** (北京大学地球物理系, 北京 100871)

† (Department of Mathematics, UCLA, Los Angeles, CA 90095, USA)

摘要 对绕 3 个矩形柱的非均匀湍尾流流场速度脉动时间序列进行了系统的测量与细致的统计分析, 发现从近场到远场的每个测量点上, She-Leveque (SL) 湍流层次相似律都很好地成立. 应用层次相似律分析的 β 检验和 γ 检验方法对层次结构参数随下游距离的变化进行了计算, 并对其物理特性进行了讨论, 为系统地研究非均匀湍流中流动的统计结构打下了基础.

关键词 非均匀湍流, 尾流, 标度律, 层次结构, 间歇性

引 言

半个多世纪以来, 充分发展湍流的理论研究中最重要问题之一是间歇现象及与之相关的奇异标度律问题^[1~3]. 间歇现象表现为小尺度脉动结构显现强烈的非正态分布, 其程度可以由速度结构函数的标度指数相对于 Kolmogorov 1941 年预言的正常标度律的偏差度来描述. 正确预测速度结构函数的奇异标度指数, 需要准确地把握湍流运动的大小尺度结构之间相互作用的依存关系. 湍流的奇异标度律问题是检验湍流物理图像的试金石.

近年来, 人们对间歇现象的物理机制及奇异标度律的物理内涵有了进一步的认识. 这尤其表现在最近发展起来的湍流层次结构模型^[4,5]. 根据这一模型, 湍流多尺度、多强度(振幅)的脉动结构之间存在一种新的统计相似律, 后文中称为 She-Leveque (SL) 湍流层次相似律. 具体地说, 不同尺度上不同强度(振幅)或不同层次的脉动结构具有特殊的层次相似的标度特性. 其中层次相似参数 β 对充分发展湍流混乱无序运动背后的自组织特性给出了一个定量描述. 其次, 层次结构模型将间歇性产生的物理机制归结为级串过程中最强的特征激发态结构, 它是湍流场中最稀少、但脉动强度最大的, 也是自组织有序性最高的流动结构, 它包含了湍流场的特征信息, 是充分发展湍流运动最重要的特性之一. 层次结构模型自 1994 年发表以来, 引起湍流界的很大关

注, 针对均匀各向同性湍流的许多精细的实验测量和直接数值模拟结果都直接或间接地支持该模型的预言^[6~14].

真实湍流是非均匀的, 而且存在着边界与流场间复杂的相互作用. 层次结构模型的物理图像是否抓住了湍流运动的物理本质, 需要在实际的非均匀湍流中检验. 为此, 作者设计了一个矩形柱群尾流的复杂流动, 作为一个实例来考察非均匀湍流中是否存在 SL 层次相似律. 实验中将一个“品”字形的三个大小相同的长方柱对称地安置于流场中(图 1). 气流通过柱群时产生绕柱而行的非定常涡结构以及形成穿越柱隙而出的复杂射流, 在尾流中形成强烈的相互作用, 构成一幅丰富的强间歇图案. 面对这一复杂流动, 标度律和层次相似律在流场的不同位置是否具有普适性? 如果不是, 流动各点的湍流结构是否还有普适的统计规律? 如何以统计量来定量刻画湍流结构及其在复杂尾流中的演化?

本文以层次结构思想为指导, 对矩形柱群尾流中从上游至下游不同位置的大样本速度时间信号进行分析, 发现标度律在非均匀尾流中不是普适的, 但层次相似律在每个测量点都非常好地成立, 并且层次相似参数 β 基本上是普适的, 而描述脉动最高激发态的奇异标度指数 γ 则随着尾流中测点离开柱群而不断变化, 在远离柱群时似乎趋向于一定的渐近值. 这似乎表明非均匀湍流中标度指数的变化主

2001-09-28 收到第一稿, 2003-07-24 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金(10225210, 10032020)、教育部优秀回国人员基金和北京大学校长基金资助项目.

要是由最高激发态的非普适性引起的. 本文细致研究非均匀湍流中层次相似性的工作是向用统计方法刻划真实湍流多尺度结构这一目标迈进的新尝试.

1 实验装置和数据采集

实验主要在北京大学力学与工程科学系空气动力学实验室的低速风洞实验台上进行. 该风洞为开口式环流风洞, 实验段 $2.25\text{m} \times 3.65\text{m}$, 最大风速 50m/s , 本底湍流度为 0.2% . 实验风速为 20m/s , 以三矩形柱的外接圆直径为特征尺度的雷诺数 $Re = 1.26 \times 10^5$. 在三柱的对称中心顺来流方向向下游取若干测点, 在每个测点用 TSI 单丝 (直径 $4\mu\text{m}$) 热线探头测量瞬时速度, 16 位 A/D 卡采样频率 $f = 48\text{kHz}$, 并用一台 SONY PC2041Ax 磁带机实时地将线化器输出的速度信号记录在磁带上. 在

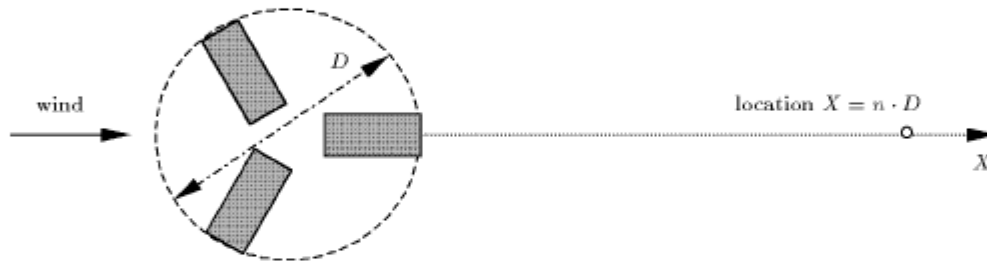


图 1 矩形柱群实验装置示意图

Fig.1 Schematic drawing of the multi-rectangular pillars experiment

2 层次结构模型和数据分析方法

对每个速度时间序列 $v(t)$ 样本, 取尺度 ℓ 上的速度脉动量为 $V_\ell = |v(t + \ell\tau) - v(t)|$, 这里 τ 是最小采样时间间隔. 在一定的尺度范围内可算出 p 阶速度结构函数 $S_p(\ell) \equiv \langle V_\ell^p \rangle$, 其中 $\langle \cdot \rangle$ 表示统计平均. 在雷诺数不很高时, 由于实验上通常观测不到明显标度律, 即 $S_p(\ell) \propto \ell^{\zeta_p}$, 而常能观测到所谓的扩展自相似律 (extended self-similarity, ESS)^[15,16], 即 $S_p(\ell) \propto S_3(\ell)^{\zeta_p}$, 因而通常用 ESS 相对标度指数 ζ_p 来代替绝对标度指数 ξ_p .

引入尺度 ℓ 上的特征脉动量序列 $F_{p+1}(\ell) \equiv S_{p+1}(\ell)/S_p(\ell)$, $p = 0, 1, 2, \dots, \infty$, 该序列定义了不同强度湍流脉动量的一种层次结构, 极限 $F_\infty(\ell)$ 是级串过程中强度最高的脉动结构, 称为最高激发态. 假定不同层次的无量纲特征脉动量 $\Pi_p(\ell) \equiv F_p(\ell)/F_\infty(\ell)$ 之间存在一种自相似特性, 即 $\Pi_{p+1}(\ell) \propto \Pi_p(\ell)^\beta$, 这就是 SL 层次相似律. 此处常数 β 称为层次相似参数, 它是间歇性或湍流脉动自组织程度的一种度

每一点采样时间长达 $1 \sim 2\text{h}$, 以保证高阶统计量的收敛.

需要指出, 垂直于来流方向放置的单丝热线测到的速度信号, 当湍流度较小时近似为沿来流方向的速度分量. 但在近尾流场近区, 湍流脉动速度变化比较大, 此时热线采集的速度信号代表瞬时速度矢量在垂直于热线平面内投影分量的绝对值. 不过, 本文关注的是湍流运动多尺度脉动量的统计相似规律, 并不强调是否是某一速度分量的统计相似规律. 即使热线测到的是某些脉动速度分量的组合物, 组合物统计相似规律更是固定分量统计相似规律的明证. 因此, 本实验用成熟的单丝热线技术在高湍流度区获得的复杂非均匀湍流的脉动信号具有更为广泛而深刻的意义. 事实上, 后面的实验结果也说明了这一点.

量. 在 ESS 背景下, 可以推出 $\zeta_p = \gamma p + C(1 - \beta^p)$, 这称为 SL 标度律. 其中 γ 是最高激发态的相对标度指数.

为便于层次相似律的实验检验, 余振苏等^[6]最近提出了 β 检验和 γ 检验的概念. 引入

$$H_{p,m}(\ell) \equiv \left(\frac{F_p(\ell)}{F_m(\ell)} \right) \cdot \left(\frac{F_p(\ell_0)}{F_m(\ell_0)} \right)^{-1} \quad (1)$$

其中 ℓ_0 是一个特定的尺度, $p \neq m$. 根据层次相似律, $H_{p+1,m+1}(\ell) = H_{p,m}(\ell)^\beta$. 因此, 如果根据实验数据在 ESS 成立的尺度范围内作 $H_{p+1,m+1}(\ell)$ - $H_{p,m}(\ell)$ 双对数曲线, 若近似为直线, 则表明层次相似律成立, 且其斜率即为层次相似参数 β . 这称为 β 检验. 如果 $S_p(\ell)$ - $S_3(\ell)$ 的双对数曲线中存在较宽的直线段, 则可测到 ζ_p . 如果 SL 标度律成立, 可推得 $\zeta_p - \chi(p, \beta) = \gamma(p - 3\chi(p, \beta))$, 这里 $\chi(p, \beta) \equiv (1 - \beta^p)/(1 - \beta^3)$. 在实验数据通过 β 检验且符合 ESS 后, 作 $(\zeta_p - \chi(p, \beta))$ - $(p - 3\chi(p, \beta))$ 曲线, 若近似为直线, 则其斜率即为 γ . 称为 γ 检验.

在数据处理中，对流场各测量点分别进行 β 检验，ESS 分析和 γ 检验。

3 主要结果

从图 2(a) 矩形柱群尾流中各测点速度信号的功率谱上可以看到，存在较宽的直线段 (标度区)，这表明湍流已被充分激发。对速度结构函数进行分析的结果表明，ESS 相对标度特性在下游各测点都很明显，但不同点上测量得到的相对标度指数律是不

同的。这表明非均匀湍流中标度律不是普适的。然而，在每一点上信号都通过了 β 检验和 γ 检验。图 2(b), 图 2(c) 分别是各测点速度样本的 β 检验和 γ 检验曲线。可以看出，在 ESS 成立的尺度范围内 ($1 \leq \ell \leq 1024$)，与不同的 $p(1 \leq p \leq 10)$ 对应的 $H_{p+1,2}(\ell)$ 和 $H_{p,1}(\ell)$ ，以及 $\zeta_p - \chi(p, \beta)$ 和 $p - 3\chi(p, \beta)$ 都近似位于通过原点的直线上，线性拟合的相关因子都在 0.95 以上。这表明实验数据通过了 β 检验和 γ 检验。

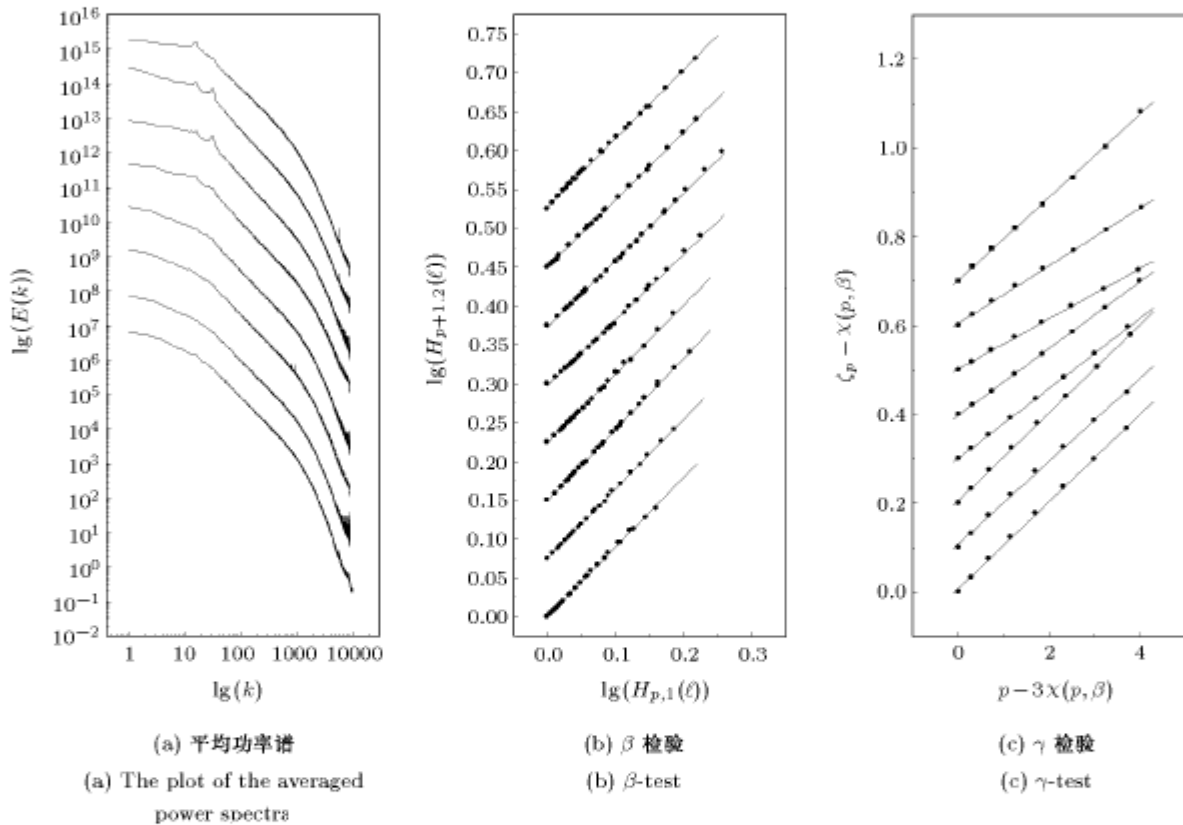


图 2 尾流下游不同位置脉动速度信号的平均功率谱及 β 和 γ 检验。

各曲线由上至下： $X/D = 3, 5, 8, 14, 18, 22, 26, 30$ 。为清楚起见，纵轴已经经过等间距平移。注意，为了得到比较精确的 β 值，每个 β 检验都是对多个 p 进行整体拟合的平均结果

Fig.2 Averaged power spectra, β -tests and γ -tests for velocity fluctuation signals at different downstream distance in the wake flow. From top to bottom: $X/D = 3, 5, 8, 14, 18, 22, 26, 30$. Shift has been done for clarity. Each curve for β -test includes many different p to improve the accuracy of fitting

表 1 给出了各测点的流动平均速率 \bar{v} ，脉动速率均方根 v_{rms} ，六阶相对标度指数 ζ_6 以及 β 和 γ 的数值。平均速率 \bar{v} 在各点皆小于来流风速 (20 m/s)，说明尾流中形成了强涡和回流，因此脉动速率均方根 v_{rms} 也很大。从 ζ_6 的数值可以看出，标度指数不是普适常数，但是， β 在各个测点基本上都是 0.85 左右；而 γ 则随测点位置有较大的不同。在下游远

处，接近于 0.1。从 γ 的变化中可以看出尾流中湍流特性至少发生 3 次大的变化 (3D \rightarrow 5D，8D \rightarrow 14D，18D \rightarrow 22D)，这些变化对湍流场流动特征结构的刻画有待进一步研究。值得指出的是 β 和 γ 的计算数值与所取的尺度 ℓ 和层次 p 的范围有关，程雪玲^[17]的计算结果与本文略有差别，层次结构分析方法还有待进一步完善。

表 1 测点位置和相应的参数

Table 1 Locations of the measurements and the corresponding parameters

X/D	3	5	8	14	18	22	26	30
\bar{v} (m/s)	7.57	7.71	8.78	11.26	11.86	12.44	12.75	13.42
v_{rms} (m/s)	4.10	3.95	4.15	4.90	4.52	4.32	4.12	4.40
ζ_6	1.71	1.66	1.66	1.67	1.71	1.74	1.73	1.74
β	0.84	0.83	0.84	0.83	0.85	0.85	0.85	0.85
γ	0.095	0.066	0.057	0.074	0.079	0.101	0.096	0.101

4 结论和讨论

本文给出的有关矩形柱群尾流的湍流脉动速度统计量的实验研究,对测量信号结构函数的 β 和 γ 检验表明 SL 层次相似律在尾流中各测点上都很好成立. 这证实了尽管真实的湍流场非常复杂,但多尺度脉动结构背后存在确定的自组织特性,具体地说,是层次相似性. 其中反映间歇性的层次相似参数 β 基本上是普适的,但数值比标准 SL 模型中的值 $\beta \approx 0.87$ 略低;而反映最高激发态,即最强脉动结构的相对标度指数 γ 则沿尾流下游不同位置有较大变化. 在下游远处, γ 接近均匀各向同性湍流中标准的 SL 模型的预测 ($\gamma = 1/9$). 这些结果似乎表明矩形柱群的湍尾流在下游向均匀各向同性湍流的恢复方面,最高激发态标度特性要比间歇性参数更快. 当然,由于目前条件所限,测点分布还不是很大,所得到的层次相似参数的空间变化特征还是不全面的,但考虑到多柱体后形成的尾迹流具有非常复杂的流动结构,在时间上具有强烈的非定常性,在空间上不同尺度的涡结构不断相互作用,能够充分体现一个复杂的多尺度流场结构特征,因此层次相似律在其中的存在具有重要的意义. 由于层次相似律在对标度特性的刻划方面比单纯的 ESS 相对标度指数函数 ζ_p 更为精细,因此当相对标度指数本身不普适时,层次相似参数 β 的近似普适性就更具有特殊价值. 从本文结果似乎可以认为,标度指数的非普适性主要是由最高激发态的非普适性引起的,这引导我们下一步对最高激发态与流动结构的关系进行深入的研究. 本文结果进一步揭示了层次相似律的普遍性,并为复杂非均匀湍流统计性质和流动结构的定量刻划提供了一个新的框架.

致谢 刘式达教授同作者进行过多次有益的讨论,魏庆鼎教授对实验给予了大力的支持,空气动力学实验室的李燕、王亚利两位同志提供了技术帮助,在此表示感谢.

参 考 文 献

- 1 Frisch U. Turbulence: The Legacy of A N Kolmogorov. London: Cambridge University Press, 1995
- 2 Sreenivasan KR, Antonia RA. The phenomenology of small-scale turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1997, 29: 435~472
- 3 Nelkin M. Universality and scaling in fully developed turbulence. *Advances in Physics*, 1994, 43: 143~181
- 4 She Z-S, Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Physical Review Letters*, 1994, 72: 336~339
- 5 余振苏, 苏卫东. 湍流中的层次结构和标度律. *力学进展*, 1999, 29(3): 289~303 (She Zhensu, Su Weidong. Hierarchical structures and similarities in turbulence. *Advances in Mechanics*, 1999, 29(3): 289~303(in Chinese))
- 6 She ZS, Ren K, Lewis G, et al. Scalings and structures in turbulent Couette-Taylor flow. *Physical Review E*, 2001, 64: 016308
- 7 Noullez A, Wallace G, Lempert W, et al. Transverse velocity increments in turbulent flow using the relief technique. *Journal of Fluid Mechanics*, 1997, 339: 287~307
- 8 Belin F, Tabling P, Willaime H. Exponents of the structure functions in a low temperature helium experiment. *Physica D*, 1996, 93: 52~63
- 9 Cao N-Z, Chen S-Y, She Z-S. Scalings and relative scalings in the Navier-Stokes turbulence. *Physical Review Letters*, 1996, 76: 3711~3714
- 10 Leveque E, She Z-S. Cascade structures and scaling exponents in a dynamical model of turbulence: Measurements and comparison. *Physical Review E*, 1997, 55: 2789~2799
- 11 Politano H, Pouquet A. Model of intermittency in magnetohydrodynamic turbulence. *Physical Review E*, 1995, 52: 636~641
- 12 Leveque E, Ruiz-Chavarria G, Baudet C, et al. Scaling laws for the turbulent mixing of a passive scalar in the wake of a cylinder. *Physics of Fluids*, 1999, 11: 1869~1879
- 13 Ruiz Chavarria G, Baudet C, Ciliberto S. Hierarchy of the energy-dissipation moments in fully-developed turbulence. *Physical Review Letters*, 1995, 74: 1986~1989
- 14 Ruiz Chavarria G, Baudet C, Benzi R, et al. Hierarchy of the velocity structure functions in fully-developed turbulence. *Journal de Physique II*, 1995, 5: 485~490
- 15 Benzi R, Ciliberto S, Tripicciono R, et al. Extended self-similarity in turbulent flows. *Physical Review E*, 1993, 48: R29~32
- 16 Benzi R, Ciliberto S, Baudet C, et al. On the scaling of 3-dimensional homogeneous and isotropic turbulence. *Physica D*, 1995, 80: 385~398
- 17 余振苏, 程雪玲. 湍流的复杂系统论. 见: 庄逢甘, 郑哲敏主编. 钱学森技术科学思想与力学. 北京: 国防工业出版社, 2001. 161~169 (She Zhensu, Cheng Xueling. On the complex systems theory of turbulence. In: Technology Science Thoughts of Hsue-Shen Tsien and Mechanics, Beijing: National Defense Industry Press, 2001. 161~169(in Chinese))

HIERARCHICAL SIMILARITY IN AN INHOMOGENEOUS TURBULENT WAKE FLOW BEHIND MULTI-RECTANGULAR PILLARS¹⁾

Zou Zhengping* Ren Kui**^{***} Su Weidong* Gu Zhifu* She Zhensu*[†]

**(Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, State Key Laboratory for Turbulence and Complex Systems, Beijing 100871, China)*

****(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871, China)*

†(Department of Mathematics, UCLA, Los Angeles, CA 90095, USA)

Abstract Systematic measurement and careful statistical analysis are done for the time series of the velocity fluctuation in a turbulent wake flow formed by three rectangular pillars. It is observed that She-Leveque (SL) hierarchical similarity early postulated for isotropic turbulence also stands up for such complicated flow. However, the two parameters in SL model, β and γ , which are obtained by the so-called β -test and γ -test technique, are found to vary with the downstream distance of the wake. Some physical features for such variety are discussed. This work is a preliminary attempt for the systematic study of the statistical structures in inhomogeneous turbulence.

Key words inhomogeneous turbulence, wake flow, scaling law, hierarchical structure, intermittency

Received 28 September 2001, revised 24 July 2003.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10225210, 10032020), Excellent Study Abroad Returnees Program of Ministry of Education and the Foundation of President of Peking University.