

ONLINE APPENDIX
for “**Estimators for Persistent and Possibly Non-Stationary Data with Classical Properties**”

Yuriy Gorodnichenko* Anna Mikusheva[†] Serena Ng[‡]

January 31, 2012

*Department of Economics, University of California, Berkeley, CA 94720 Email: ygorodni@econ.berkeley.edu.

[†]Department of Economics, M.I.T., E52-50 Memorial Drive, Cambridge, MA 02142. Email: amikushe@mit.edu.

[‡]Dept. of Economics, Columbia University, 420 W 118 St., New York, NY 10027 Email: Serena.Ng@columbia.edu.

Table 1. AR(1) model.

T	α	QD			JQD			OLS							
		mean	rmse	t-test	J-test	mean	rmse	t-test	mean	rmse	t-test				
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
Panel A: Intercept model															
200	1.00	0.975	0.059	0.107	0.533	0.085	0.991	0.122	0.033	0.098	0.078	0.973	0.035	0.473	1.000
200	0.98	0.960	0.052	0.102	0.484	0.083	0.971	0.113	0.032	0.085	0.069	0.956	0.035	0.219	1.000
200	0.95	0.934	0.050	0.080	0.428	0.101	0.942	0.114	0.028	0.066	0.095	0.929	0.036	0.150	0.969
200	0.90	0.883	0.054	0.098	0.417	0.088	0.888	0.117	0.030	0.084	0.083	0.880	0.040	0.111	0.687
200	0.80	0.782	0.058	0.091	0.359	0.075	0.794	0.126	0.035	0.081	0.077	0.782	0.050	0.097	0.413
200	0.50	0.485	0.069	0.091	0.260	0.061	0.510	0.133	0.044	0.098	0.096	0.487	0.064	0.078	0.246
200	0.00	-0.006	0.074	0.068	0.216	0.036	0.030	0.131	0.057	0.128	0.114	-0.007	0.072	0.060	0.210
200	-0.50	-0.494	0.066	0.050	0.179	0.029	-0.470	0.101	0.042	0.149	0.105	-0.497	0.061	0.054	0.208
500	1.00	0.990	0.030	0.066	0.748	0.069	0.997	0.072	0.023	0.136	0.061	0.989	0.014	0.462	1.000
500	0.98	0.974	0.028	0.064	0.681	0.056	0.977	0.073	0.035	0.150	0.054	0.971	0.015	0.138	1.000
500	0.95	0.943	0.030	0.076	0.676	0.077	0.946	0.072	0.037	0.154	0.071	0.941	0.019	0.127	1.000
500	0.90	0.894	0.031	0.073	0.598	0.068	0.896	0.074	0.029	0.144	0.067	0.893	0.022	0.082	0.930
500	0.80	0.793	0.035	0.085	0.545	0.047	0.792	0.080	0.043	0.146	0.052	0.792	0.030	0.082	0.687
500	0.50	0.492	0.042	0.077	0.416	0.040	0.499	0.089	0.055	0.137	0.073	0.494	0.041	0.070	0.402
500	0.00	-0.004	0.046	0.065	0.335	0.022	0.012	0.078	0.039	0.178	0.070	-0.004	0.046	0.064	0.322
500	-0.50	-0.499	0.039	0.048	0.356	0.017	-0.488	0.060	0.048	0.247	0.084	-0.500	0.038	0.048	0.368
Panel B: Linear trend model															
200	1.00	0.964	0.063	0.224	0.641	0.108	0.991	0.112	0.025	0.091	0.101	0.950	0.057	0.775	1.000
200	0.98	0.954	0.058	0.164	0.547	0.099	0.967	0.114	0.028	0.081	0.098	0.940	0.050	0.454	1.000
200	0.95	0.926	0.056	0.146	0.511	0.090	0.945	0.111	0.022	0.078	0.077	0.916	0.047	0.278	0.986
200	0.90	0.876	0.059	0.143	0.481	0.108	0.892	0.119	0.032	0.071	0.105	0.869	0.049	0.180	0.775
200	0.80	0.775	0.060	0.121	0.432	0.075	0.788	0.127	0.043	0.081	0.078	0.770	0.054	0.133	0.512
200	0.50	0.479	0.068	0.097	0.286	0.040	0.512	0.135	0.051	0.091	0.086	0.482	0.065	0.083	0.259
200	0.00	-0.012	0.071	0.070	0.220	0.037	0.029	0.125	0.044	0.114	0.117	-0.012	0.070	0.064	0.215
200	-0.50	-0.496	0.066	0.053	0.214	0.037	-0.469	0.104	0.056	0.155	0.128	-0.499	0.063	0.065	0.237
500	1.00	0.985	0.033	0.137	0.775	0.072	0.999	0.069	0.020	0.160	0.063	0.980	0.023	0.777	1.000
500	0.98	0.972	0.029	0.080	0.717	0.082	0.976	0.071	0.041	0.153	0.081	0.967	0.018	0.245	1.000
500	0.95	0.942	0.031	0.086	0.678	0.073	0.950	0.074	0.034	0.161	0.068	0.938	0.021	0.185	1.000
500	0.90	0.891	0.032	0.090	0.654	0.061	0.898	0.076	0.041	0.151	0.068	0.889	0.025	0.123	0.957
500	0.80	0.792	0.034	0.089	0.567	0.043	0.797	0.078	0.025	0.122	0.054	0.789	0.030	0.090	0.729
500	0.50	0.490	0.041	0.082	0.438	0.040	0.502	0.088	0.051	0.127	0.070	0.491	0.040	0.073	0.442
500	0.00	-0.004	0.045	0.058	0.329	0.020	0.011	0.078	0.047	0.160	0.081	-0.004	0.044	0.062	0.321
500	-0.50	-0.498	0.038	0.045	0.345	0.029	-0.485	0.060	0.028	0.221	0.092	-0.500	0.038	0.046	0.357

Note: DGP is AR(1) model while AR(2) model is fitted. Three autocovariances are used in QD estimation. T-test and J-test sizes are for 5 percent level. Power of the t-test is computed for the null of $H_0 : \alpha = \alpha_0 - 0.05$.

Table 2. AR(2) model.

T	α	QD				FQD				OLS				
		mean	rmse	t-test	J-test	mean	rmse	t-test	J-test	mean	rmse	t-test	J-test	
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Panel A: Intercept model														
200	1.00	0.962	0.101	0.073	0.322	0.050	0.155	0.057	0.097	0.044	0.968	0.042	0.468	1.000
200	0.98	0.965	0.070	0.059	0.269	0.045	0.149	0.046	0.074	0.039	0.952	0.041	0.247	0.999
200	0.95	0.939	0.070	0.062	0.266	0.051	0.158	0.040	0.073	0.039	0.923	0.044	0.179	0.928
200	0.90	0.890	0.072	0.064	0.246	0.038	0.163	0.051	0.081	0.033	0.877	0.048	0.121	0.590
200	0.80	0.787	0.077	0.074	0.215	0.048	0.184	0.058	0.094	0.047	0.776	0.059	0.089	0.364
200	0.50	0.487	0.103	0.072	0.156	0.007	0.502	0.239	0.095	0.017	0.472	0.086	0.094	0.234
200	0.00	-0.004	0.147	0.056	0.094	0.001	0.061	0.093	0.114	0.038	-0.016	0.111	0.073	0.136
200	-0.50	-0.582	0.238	0.079	0.130	0.002	-0.571	0.350	0.182	0.034	-0.516	0.137	0.059	0.126
500	1.00	0.982	0.067	0.045	0.503	0.036	0.987	0.099	0.050	0.030	0.987	0.017	0.464	1.000
500	0.98	0.975	0.037	0.046	0.447	0.031	0.977	0.094	0.041	0.029	0.969	0.017	0.176	1.000
500	0.95	0.946	0.040	0.056	0.431	0.034	0.951	0.093	0.047	0.030	0.940	0.022	0.122	0.999
500	0.90	0.897	0.041	0.051	0.405	0.032	0.895	0.101	0.060	0.030	0.891	0.025	0.079	0.874
500	0.80	0.798	0.045	0.059	0.344	0.025	0.798	0.122	0.077	0.031	0.793	0.032	0.074	0.546
500	0.50	0.497	0.060	0.050	0.219	0.010	0.507	0.153	0.068	0.023	0.493	0.050	0.058	0.297
500	0.00	-0.002	0.085	0.049	0.139	0.000	0.009	0.203	0.099	0.036	-0.008	0.068	0.059	0.181
500	-0.50	-0.541	0.140	0.075	0.154	0.007	-0.576	0.217	0.177	0.019	-0.505	0.084	0.063	0.151
Panel B: Linear trend model														
200	1.00	0.962	0.088	0.158	0.423	0.045	0.989	0.152	0.055	0.045	0.940	0.070	0.762	1.000
200	0.98	0.949	0.080	0.142	0.395	0.040	0.975	0.153	0.045	0.039	0.928	0.064	0.493	0.999
200	0.95	0.928	0.075	0.110	0.343	0.045	0.940	0.155	0.043	0.041	0.907	0.058	0.301	0.969
200	0.90	0.881	0.077	0.104	0.306	0.053	0.899	0.162	0.041	0.045	0.862	0.059	0.210	0.699
200	0.80	0.775	0.087	0.117	0.300	0.037	0.796	0.186	0.066	0.037	0.757	0.072	0.158	0.520
200	0.50	0.473	0.110	0.102	0.219	0.020	0.514	0.239	0.083	0.031	0.464	0.090	0.117	0.254
200	0.00	-0.024	0.147	0.062	0.120	0.005	0.048	0.306	0.089	0.035	-0.031	0.114	0.076	0.155
200	-0.50	-0.590	0.234	0.082	0.127	0.004	-0.587	0.324	0.163	0.021	-0.528	0.136	0.074	0.139
500	1.00	0.984	0.046	0.107	0.566	0.023	0.997	0.093	0.045	0.024	0.975	0.029	0.760	1.000
500	0.98	0.972	0.039	0.062	0.482	0.028	0.980	0.092	0.049	0.031	0.962	0.024	0.317	1.000
500	0.95	0.942	0.041	0.078	0.484	0.029	0.950	0.087	0.028	0.030	0.934	0.026	0.184	1.000
500	0.90	0.891	0.043	0.084	0.447	0.034	0.897	0.104	0.061	0.033	0.884	0.030	0.145	0.921
500	0.80	0.793	0.046	0.072	0.395	0.027	0.795	0.116	0.063	0.026	0.785	0.035	0.097	0.649
500	0.50	0.492	0.062	0.077	0.273	0.009	0.509	0.155	0.070	0.019	0.487	0.053	0.079	0.347
500	0.00	-0.010	0.088	0.055	0.182	0.001	0.027	0.200	0.079	0.043	-0.013	0.072	0.072	0.233
500	-0.50	-0.548	0.142	0.072	0.174	0.004	-0.590	0.219	0.200	0.025	-0.510	0.086	0.056	0.156

Note: DGP is AR(2) model while AR(3) model is fitted. All results are for the sum of autoregressive coefficients. Four autocovariances are used in QD estimation. T-test and J-test sizes are for 5 percent level. Power of the t-test is computed for the null of $H_0 : \alpha = \alpha_0 - 0.05$.

Table 3. Predictive regression. (True parameter β is equal to one)

T	α	QD				FQD				OLS					
		mean	rmsc	t-test	J-test	mean	rmsc	t-test	J-test	mean	rmsc	t-test	J-test		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
Panel A: Intercept model															
200	1.00	0.986	0.051	0.054	0.302	0.166	0.999	0.106	0.026	0.087	0.243	0.987	0.022	0.169	0.985
200	0.98	0.988	0.049	0.042	0.274	0.181	0.996	0.105	0.027	0.097	0.255	0.989	0.025	0.104	0.937
200	0.95	0.992	0.052	0.044	0.258	0.182	1.001	0.108	0.035	0.099	0.304	0.990	0.030	0.097	0.751
200	0.90	0.991	0.055	0.057	0.265	0.191	1.004	0.114	0.031	0.092	0.296	0.990	0.036	0.081	0.554
200	0.80	0.992	0.057	0.047	0.224	0.195	1.001	0.117	0.033	0.101	0.309	0.994	0.045	0.064	0.343
200	0.50	0.989	0.070	0.068	0.230	0.152	1.011	0.130	0.041	0.105	0.311	0.991	0.063	0.054	0.236
200	0.00	0.996	0.078	0.061	0.186	0.125	1.028	0.123	0.047	0.124	0.310	0.997	0.071	0.059	0.185
200	-0.50	1.004	0.069	0.047	0.176	0.142	1.028	0.102	0.046	0.137	0.327	1.000	0.062	0.052	0.217
500	1.00	0.995	0.030	0.034	0.494	0.068	0.999	0.063	0.022	0.147	0.109	0.995	0.009	0.172	1.000
500	0.98	0.995	0.030	0.032	0.502	0.089	0.999	0.066	0.031	0.181	0.150	0.995	0.012	0.093	1.000
500	0.95	0.995	0.031	0.042	0.466	0.073	0.999	0.071	0.041	0.172	0.157	0.996	0.016	0.082	0.987
500	0.90	0.995	0.032	0.045	0.466	0.076	0.996	0.069	0.035	0.173	0.147	0.996	0.021	0.072	0.871
500	0.80	0.997	0.034	0.051	0.381	0.083	1.002	0.077	0.039	0.147	0.153	0.997	0.028	0.061	0.631
500	0.50	0.996	0.043	0.056	0.359	0.058	1.009	0.085	0.039	0.133	0.170	0.997	0.040	0.060	0.381
500	0.00	0.999	0.048	0.064	0.287	0.038	1.017	0.081	0.039	0.170	0.166	0.999	0.045	0.062	0.306
500	-0.50	1.000	0.041	0.046	0.323	0.060	1.015	0.061	0.033	0.223	0.167	0.999	0.038	0.060	0.377
Panel B: Linear trend model															
200	1.00	0.978	0.056	0.089	0.374	0.175	0.994	0.108	0.032	0.102	0.270	0.973	0.036	0.310	0.983
200	0.98	0.985	0.053	0.064	0.303	0.180	1.004	0.109	0.027	0.097	0.288	0.980	0.033	0.180	0.927
200	0.95	0.983	0.055	0.073	0.316	0.191	0.999	0.110	0.037	0.119	0.302	0.981	0.037	0.151	0.793
200	0.90	0.984	0.055	0.062	0.292	0.177	1.002	0.115	0.038	0.104	0.299	0.984	0.039	0.109	0.591
200	0.80	0.984	0.060	0.075	0.279	0.180	0.998	0.119	0.036	0.099	0.302	0.987	0.047	0.084	0.388
200	0.50	0.985	0.072	0.081	0.226	0.141	1.013	0.128	0.040	0.103	0.290	0.989	0.064	0.071	0.250
200	0.00	0.996	0.080	0.064	0.189	0.115	1.033	0.131	0.049	0.119	0.307	0.996	0.070	0.063	0.181
200	-0.50	1.004	0.069	0.049	0.172	0.136	1.029	0.099	0.044	0.118	0.317	1.003	0.062	0.049	0.204
500	1.00	0.992	0.031	0.054	0.543	0.086	0.998	0.068	0.030	0.188	0.139	0.990	0.014	0.278	1.000
500	0.98	0.993	0.030	0.035	0.522	0.080	1.001	0.067	0.039	0.178	0.149	0.993	0.014	0.148	1.000
500	0.95	0.993	0.031	0.042	0.514	0.074	0.999	0.066	0.033	0.161	0.146	0.993	0.018	0.100	0.983
500	0.90	0.995	0.031	0.033	0.479	0.095	1.002	0.071	0.027	0.150	0.154	0.994	0.022	0.080	0.891
500	0.80	0.994	0.035	0.045	0.448	0.085	1.009	0.077	0.029	0.121	0.158	0.995	0.027	0.062	0.647
500	0.50	0.993	0.042	0.073	0.371	0.061	1.003	0.084	0.041	0.153	0.165	0.994	0.039	0.073	0.408
500	0.00	0.996	0.048	0.060	0.310	0.055	1.016	0.081	0.035	0.178	0.169	0.997	0.045	0.066	0.322
500	-0.50	1.000	0.042	0.042	0.322	0.057	1.016	0.064	0.034	0.221	0.185	0.999	0.039	0.059	0.395

Note: DGP is given by equations (??) and (??). All results are for the parameter β . In all simulations $\rho_{ue} = 0.5$. Two autocovariances are used in QD estimation. T-test and J-test sizes are for 5 percent level. Power of the t-test is computed for the null of $H_0 : \beta = \beta_0 - 0.05$.

Table 4. Linear QD Estimators: AR(1) model.

T	α	HD			FD			PH		
		mean	rmse	t-test	mean	rmse	t-test	mean	rmse	t-test
		(1)	(2)	(3)	(6)	(7)	(8)	(11)	(12)	(13)
		power	size	J-test	power	size	power	size	power	size
		(4)	(5)	(9)	(10)	(14)				
Panel A: Intercept model										
200	1.00	0.975	0.048	0.156	0.662	0.073	0.954	0.154	0.025	0.189
200	0.98	0.961	0.046	0.132	0.561	0.077	0.958	0.093	0.030	0.145
200	0.95	0.933	0.045	0.114	0.532	0.068	0.931	0.081	0.035	0.170
200	0.90	0.883	0.049	0.122	0.481	0.066	0.881	0.081	0.052	0.179
200	0.80	0.781	0.053	0.099	0.424	0.072	0.779	0.083	0.058	0.190
200	0.50	0.485	0.066	0.095	0.275	0.079	0.485	0.093	0.060	0.147
200	0.00	-0.005	0.072	0.068	0.210	0.069	-0.011	0.101	0.076	0.163
200	-0.50	-0.496	0.062	0.052	0.217	0.074	-0.492	0.086	0.081	0.195
500	1.00	0.991	0.026	0.081	0.805	0.058	0.977	0.122	0.016	0.313
500	0.98	0.974	0.025	0.086	0.772	0.062	0.973	0.048	0.028	0.301
500	0.95	0.943	0.026	0.088	0.754	0.061	0.943	0.047	0.038	0.314
500	0.90	0.894	0.028	0.078	0.694	0.065	0.894	0.047	0.041	0.290
500	0.80	0.794	0.032	0.081	0.613	0.065	0.794	0.050	0.048	0.264
500	0.50	0.494	0.040	0.074	0.420	0.060	0.492	0.057	0.053	0.230
500	0.00	-0.003	0.046	0.069	0.325	0.065	-0.005	0.064	0.070	0.231
500	-0.50	-0.498	0.040	0.060	0.378	0.059	-0.499	0.056	0.079	0.290
200	1.00	0.963	0.058	0.263	0.710	0.075	0.969	0.107	0.062	0.218
200	0.98	0.952	0.054	0.208	0.624	0.081	0.959	0.086	0.053	0.204
200	0.95	0.924	0.052	0.173	0.591	0.081	0.931	0.079	0.046	0.192
200	0.90	0.877	0.052	0.152	0.529	0.065	0.884	0.080	0.057	0.189
200	0.80	0.775	0.057	0.132	0.452	0.070	0.781	0.082	0.057	0.180
200	0.50	0.477	0.069	0.112	0.330	0.079	0.483	0.093	0.060	0.154
200	0.00	-0.011	0.072	0.079	0.243	0.077	-0.008	0.098	0.061	0.153
200	-0.50	-0.498	0.064	0.072	0.246	0.078	-0.497	0.087	0.094	0.215
500	1.00	0.986	0.028	0.152	0.850	0.057	0.987	0.081	0.026	0.323
500	0.98	0.971	0.026	0.104	0.804	0.059	0.974	0.047	0.030	0.309
500	0.95	0.941	0.028	0.109	0.777	0.058	0.943	0.048	0.048	0.295
500	0.90	0.891	0.029	0.094	0.724	0.062	0.893	0.049	0.053	0.306
500	0.80	0.791	0.032	0.090	0.638	0.066	0.792	0.051	0.052	0.273
500	0.50	0.491	0.040	0.082	0.444	0.057	0.491	0.056	0.054	0.237
500	0.00	-0.004	0.045	0.060	0.353	0.065	-0.004	0.063	0.064	0.229
500	-0.50	-0.500	0.039	0.060	0.386	0.069	-0.498	0.053	0.067	0.269

Panel B: Linear trend model

Note: HD is the hybrid estimator. FD is the first differencing estimator. PH is the Phillips-Han (2008) estimator. T-test and J-test sizes are for 5 percent level. Power of the t-test is computed for the null of $H_0 : \alpha = \alpha_0 - 0.05$.